



ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА (ПО 07)

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>F Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F1 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Машинне навчання та обчислювальна математика</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>1 курс; весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів ЄКТС / 150 год. (44 год. – лекції, 30 год. – практичні заняття, 76 год. – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>екзамен, МКР</i>
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua/lecturers?lecturerId=740c1a12-134d-40f7-9a20-ad6dba7444e3 <i>лекція – 1,5 раз на тиждень, практичні – 1 раз на тиждень</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>Темнікова Олена Леонідівна, temnikova_elena@ukr.net</i> Практичні: <i>Темнікова Олена Леонідівна, temnikova_elena@ukr.net</i>
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс https://campus.kpi.ua/tutor/index.php?mode=mob&cm=68754&rcms=222652

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Дискретна математика» має широкий спектр додатків в областях, пов'язаних з інформаційними технологіями. Вона є базовим курсом при підготовці фахівців з інформаційних технологій та алгоритмізації і штучного інтелекту.

Метою курсу є викладення основних понять і методів, необхідних для вивчення наступних дисциплін спеціальності «F1 Прикладна математика», формування світогляду на дискретну математику, як на фундаментальну науку, формування у студентів здатностей моделювати процеси за допомогою дискретних математичних структур; визначати властивості дискретних математичних об'єктів; будувати нові дискретні математичні об'єкти.

Предметом вивчення дисципліни є дискретні об'єкти та структури, такі як: множини, відношення, графи, решітки; абстрактні автомати.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми, студенти після засвоєння дисципліни «Дискретна математика» мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

- теорії множин, відношень, відображень;
- основних понять теорії графів;
- систему аксіом Цермело-Френкеля та континуум гіпотезу;

уміння:

- досліджувати властивості відношень, відображень;
- синтезувати дискретні математичні структури;
- застосовувати методи теорії графів для моделювання об'єктів та процесів;

- принципів дії абстрактних автоматів;
- математичних методів дискретного аналізу в прикладних науках і розв'язанні практичних задач;

навички:

- моделювання об'єктів за допомогою дискретних структур;
- визначення властивостей дискретних структур та їх аналізу;
- алгебраїчних перетворень виразів алгебри множин;

досвід:

- застосування операцій над множинами;
- визначення видів відображень;
- визначення потужності множин;
- побудови діаграм Гассе;
- визначення основних характеристик графів;
- аналізу абстрактних автоматів.

Під час вивчення даної дисципліни студенти набувають:

I. загальних компетентностей:

ЗК 01 - Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями,

ЗК 02 - Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

II. фахових компетентностей:

ФК 01 - Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем,

ФК 02 - Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

Програмними результатами навчання є:

РН 04 - Виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів,

РН 06 - Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчення дисципліни «Дискретна математика» дозволяє сформувати у студентів компетенції, необхідні для розв'язання складних спеціалізованих задач та практичних проблеми прикладної математики у професійній діяльності, пов'язаної з аналізом та використанням математичних методів.

Дисципліна ПО 07 вивчається на 1 курсі у весняному семестрі та безпосередньо забезпечує вивчення дисциплін навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю F1 Прикладна математика:

- Вступ до баз даних та інформаційних систем
- Математична логіка та теорія алгоритмів
- Штучний інтелект

3. Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. МОВА МАТЕМАТИЧНИХ ТВЕРДЖЕНЬ. ТЕОРІЯ МНОЖИН, ВІДНОШЕНЬ І ВІДОБРАЖЕНЬ.

Тема 1.1. Теорія множин.

Тема 1.2. Теорія відношень.

Тема 1.3. Відображення і функції.

Тема 1.4. Потужність множин. Кардинальна арифметика.

РОЗДІЛ 2. ТЕОРІЯ ГРАФІВ.

Тема 2.1. Основні поняття теорії графів і їх властивостей.

Тема 2.2. Матричні методи дослідження графів.

Тема 2.3. Абстрактні автомати та мережі Петрі.

РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ РЕШІТОК.

Тема 3.1. Відношення порядку.

Тема 3.2. Решітки та їх властивості.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Дискретна математика: Конспект лекцій [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / О.Л.Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,71 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 181 с.
2. ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА. Частина 1. Основи дискретної математики. ПРАКТИКУМ [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / О. Л. Темнікова, Д. Ю. Тавров; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Електронні текстові дані (1 файл: 2,28 Мбайт). — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. — 121 с.
3. Дискретна математика. Частина 2. Булева алгебра. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 «Прикладна математика», освітньою програмою «Наука про дані та математичне моделювання» / О. Л. Темнікова, Д. Ю. Тавров ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 3,18 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. - 185 с.
4. Бардачов Ю.М. Дискретна математика: підручник для студентів вищих технічних навчальних закладів / Ю. М. Бардачов, Н. А. Соколова, В. Є. Ходаков ; за ред. В.Є. Ходакова. - Київ : Вища школа, 2008. – 383 с.
5. Нікольський Ю.В. Дискретна математика: підручник / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина; за науковою редакцією В.В. Пасічника ; Міністерство освіти і науки України. - Львів: Видавництво "Магнолія-2006", 2021. – 431 с.

Допоміжна література

1. Бондарчук Ю.В. Основи дискретної математики: навчальний посібник / Ю.В. Бондарчук, Б.В. Олійник ; Національний університет "Кієво-Могилянська академія". - Київ: Кієво-Могилянська академія, 2009. – 159 с.
2. Висоцька В.А. Дискретна математика: практикум (збірник задач з дискретної математики): навчальний посібник / В.А. Висоцька, В.В. Литвин, О.В. Лозинська; Міністерство освіти і науки України, Національний університет "Львівська політехніка". - Львів: "Новий світ-2000", 2020. – 575 с.
3. Журавчак Л.М. Дискретна математика для програмістів :навчальний посібник / Л.М. Журавчак, Н.І. Мельникова, П.В. Сердюк ; Міністерство освіти і науки України, Національний університет "Львівська політехніка". - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019.- 417 с.

4. Журавчак Л.М. Практикум з комп'ютерної дискретної математики: навчальний посібник / Л.М. Журавчак, Н.І. Мельникова, П.В. Сердюк ; Міністерство освіти і науки України, Національний університет "Львівська політехніка". - Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2020. - 313 с.

5. Основи дискретної математики: підручник / Ю. В. Капітонова [та ін.]; НАН України, Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова, Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем, Міністерство освіти і науки України, НТУУ "КПІ". - Київ: Наукова Думка, 2002. - 579 с.

Матеріали курсу представлені в

<https://app.slack.com/client/T019JMAR2BV/C019EJ93DPY>, <http://login.kpi.ua>.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

1	<u>РОЗДІЛ 1. ТЕОРІЯ МНОЖИН, ВІДНОШЕНЬ І ВІДОБРАЖЕНЬ.</u> <u>ТЕМА 1.1. ТЕОРІЯ МНОЖИН.</u> Мова математичних тверджень. Канторівське визначення множин. Принцип об'ємності, принцип абстракції. Поняття включення множин. Поняття приналежності. Операції об'єднання, перетину, добутку, доповнення та зображення їх за допомогою діаграм Венна.
2	Аксіоматичні теорії. Алгебра множин. Аксиоми та теореми алгебри множин. Поняття алгебри. Доказ теорем алгебри множин.
3	<u>ТЕМА 1.2. ТЕОРІЯ ВІДНОШЕНЬ.</u> Декартовий добуток множин. Поняття про відношення. Властивості декартового добутку множин. Способи завдання відношень. Операції над відношенням та дослідження їх за способом завдання відношення.
4	Властивості відношень. Визначення рефлексивних, анті рефлексивних, симетричних, антисиметричних, асиметричних та транзитивних відношень.
5	Визначення відношення еквівалентності, зображення графа, дослідження та побудова класів еквівалентності та фактор-множини.
6	<u>ТЕМА 1.3. ВІДОБРАЖЕННЯ І ФУНКЦІЇ.</u> Властивості відповідностей, відображень. Поняття про ін'єкцію, сюр'єкцію, бієкцію. Визначення функціональних відображень та їх різновиди.
7	Теорема про існування зворотної функції. Теорема о композиції відображень. Властивості композиції.
8	<u>ТЕМА 1.4. ПОТУЖНІСТЬ МНОЖИН. КАРДИНАЛЬНА АРИФМЕТИКА.</u> Потужність нескінчених множин. Кардинальні числа. Теорема Бернштейна. Основні поняття та теореми кардинальної арифметики. Основні теореми про зліченні множини.
9	Теорема Кантора. Потужність континуума. Основні теореми про незліченні множини. Парадокси теорії множин. Система аксіом Цермело–Френкеля.
10	<u>РОЗДІЛ 2. ТЕОРІЯ ГРАФІВ.</u> <u>ТЕМА 2.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ І ЇХ ВЛАСТИВОСТЕЙ.</u> Неорієнтовані графи. Шляхи та цикли у неорієнтованих графах. Ейлерові та Гамільтонові графи.
11	Плоскі та планарні графи. Нерівність Ейлера. Теорема Понтрягіна-Куратовського щодо планарності графів.

12	<i>Орграфи. Основні визначення. Зв'язність орграфів. Типи зв'язності. Орграфи: вершинна база, процедура Кеніга.</i>
13	<i>Ациклічні графи. Дерева.</i>
14	<i><u>ТЕМА 2.2 МАТРИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАФІВ.</u> Побудова матриць суміжності, інцидентів, досяжності, відстаней. Визначення типу зв'язності орграфа матричними методами за допомогою матриць досяжності та суміжності.</i>
15	<i><u>ТЕМА 2.3. АБСТРАКТНІ АВТОМАТИ ТА МЕРЕЖІ ПЕТРІ.</u> Основні поняття абстрактних кінцевих автоматів. Автомати Мілі і Мура.</i>
16	<i>Поняття про мережі Петрі. Запуск переходів. Методи аналізу мереж Петрі. Теорія комплектів (мультимножин).</i>
17	<i><u>РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ РЕШІТОК.</u> <u>ТЕМА 3.1. ВІДНОШЕННЯ ПОРЯДКУ.</u> Властивості відношення порядку. Основні поняття та теореми впорядкованих множин: найменший та найбільший елементи, мінімальний та максимальний елементи.</i>
18	<i>Діаграми Гассе. Дослідження впорядкованих множин.</i>
19	<i>Відображення впорядкованих множин. Визначення ізотонних, антитонних відображень, ізоморфізму та дуального ізоморфізму.</i>
20	<i><u>ТЕМА 3.2. РЕШІТКИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.</u> Визначення решітки. Решітки як алгебри. Аксиоми решітки.</i>
21	<i>Властивості дистрибутивності, модулярності, поняття доповнення. Решітки з доповненням, з відносним доповненням. Булеві решітки.</i>
22	<i>Гомоморфізми решіток. Різновиди гомоморфізму відображення решіток.</i>

Практичні заняття

Основна мета практичних занять — закріпити отримані на лекції основні положення по кожному з розділів, розширити ці знання за рахунок вирішення реальних задач та набуті досвід з практичного використання положень дискретного аналізу та математичного моделювання. На початку кожного практичного заняття проводиться коротке опитування та тестування з метою перевірки освоєння лекційного матеріалу з відповідної теми, перевіряється і аналізується домашнє завдання.

Треба відпрацювати такі теми:

1. Тема 1.1 Теорія множин.
Теоретико–множинні операції, діаграми Венна.
Література: 1,2, розділ 1 (лекц)
2. Доведення теорем алгебри множин.
Література: 1,2, розділ 1 (лекц)
3. Тема 1.2 Теорія відношень.
Декартовий добуток. Дослідження властивостей відношень.
Література: 1,2, розділ 1 (лекц)
4. Відношення еквівалентності. Фактор–множина.
Література: 1,2, розділ 1 (лекц)
5. Тема 1.3. Відображення та функції.
Дослідження властивостей відображень та функцій.
Література: 1,2, розділ 1 (лекц)

6. *Тема 1.4. Потужність множин. кардинальна арифметика.
Дослідження потужності нескінчених множин: зліченність, континуальність.
Література: 1,2, розділ 1 (лекц)*
7. *Тема 2.1. Основні поняття теорії графів і їх властивості.
Представлення графів. Дослідження зв'язності графів.
Література: 1,2, розділ 3 (лекц)*
8. *Дослідження планарності графів, збалансованості дерев.
Література: 1,2, розділ 3 (лекц)*
9. *Тема 2.2 Матричні методи дослідження графів.
Знаходження відстаней в графах, дослідження зв'язності матричними методами: знаходження сильних компонент і вершинних баз.
Література: 1,2, розділ 3 (лекц)*
10. *Тема 2.3. Абстрактні автомати та мережі Петрі.
Побудова найпростіших кінцевих автоматів.
Література: 1,3, розділ 4 (лекц)*
11. *Аналіз мереж Петрі. Теорія комплектів (мультимножин).
Література: 1,3, розділ 4 (лекц)*
12. *Тема 3.1. Відношення порядку.
Дослідження властивостей упорядкованих множин.
Література: 1,2, розділ 2 (лекц)*
13. *Побудова діаграм Гассе.
Література: 1,2, розділ 2 (лекц)*
14. *Тема 3.2. Решітки і їх властивості.
Дослідження решіток: нерівності модулярності, дистрибутивності, наявність доповнень, об'єднання елементів, перетин.
Література: 1,2, розділ 2 (лекц)*
15. *Дослідження морфізмів.
Література: 1,2 розділ 2 (лекц)*

На початку кожного практичного заняття проводиться коротке опитування та тестування з метою перевірки засвоєння лекційного матеріалу з відповідної теми, перевіряється і аналізується домашнє завдання.

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента виносяться (76 годин):

- підготовка до практичних занять – систематично до 1 години на повторення лекційного матеріалу до заняття матеріалу – 44 години.*
- підготовка до МКР – 20 годин;*
- підготовка до екзамена – до 12 годин самостійної роботи.*

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

ДИСЦИПЛІНА «ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА»

Вимоги, які ставляться перед студентом під час опанування кредитного модулю:

- систематичне відвідування занять (як лекцій, і особливе практичних);*
- на практичних заняттях активність і дострокове самостійне виконання завдань відмічається заохочувальними балами;*

- за активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати від 0,1 до 0,25 балів. Не більше ніж 5 бали за семестр. Заохочувальні бали також надаються за участь у відповідних олімпіадах, конкурсах тощо – до 5 балів.;
- штрафні бали передбачено за списування на контрольних заходах, систематичне невиконання домашнього завдання, неготовність до практичного заняття (результат тестового опитування), пропуск МКР без поважної причини – 1-2 бали за раз, не більше 5 за семестр;
- пропущені контрольні роботи обов'язково повинні бути виконані до екзамену; перескладання (переписування) МКР не передбачено; у випадку недостатньої кількості балів, що набрані за семестр, для допуску до екзамену, дається декілька додаткових завдань для самостійного виконання з метою досягнення допуску;
- за списування або розмови під час МКР знімаються штрафні бали (до 50% від балів за завдання), за списування на екзамені або дається інший білет без додавання додаткового часу і з штрафними - 5 балами або студент усувається із аудиторії.

Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, МКР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр на 7-ому та на 13-ому тижнях, як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю

Семестровий контроль: екзамен

Умови допуску до семестрового контролю: виконання всіх частин МКР та семестровий рейтинг не менше ніж 25 балів.

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- 1) три контрольні роботи (КР поділяється на три контрольні роботи тривалістю по пів години) та математичний диктант;
- 2) бонусові бали за активність на практичних заняттях тощо;
- 3) відповіді на екзамені.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Модульний контроль.

Перша контрольна робота оцінюється в 15 балів. Білет першої контрольної роботи по теорії множин, відношень та відображень містить 5 завдань, які оцінюються по 3 бали:

3 – розв'язок завдання повний та правильний;

2 – розв'язок містить недоліки або несуттєві помилки;

0-1 – розв'язок відсутній або зовсім не відповідає дійсності.

Три завдання другої контрольної роботи по теорії графів – по 5 балів кожне (на орієнтовані та неорієнтовані графи, автомати – разом 15); та завдання третьої контрольної по теорії впорядкованих множин – по 5 балів за кожне завдання (діаграми Гассе, дослідження решіток, відображення впорядкованих множин – разом 15):

4-5 – розв'язок завдання повний та правильний;

2-3 – розв'язок містить недоліки або несуттєві помилки;

0-1 – розв'язок відсутній або зовсім не відповідає дійсності.

Математичний диктант – 5 практичних запитань за темами відображення, діаграми Гассе, решітки – по 1 балу = 5 балів (1 – правильна відповідь; 0 – відповідь відсутня або неправильна).

Максимальна кількість балів за роботу у семестрі дорівнює $15 + 15 + 15 + 5 = 50$ балів.

2. Заохочувальні бали

За активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати від 0,1 до 0,25 балів. Не більше ніж 5 бали за семестр. Заохочувальні бали також надаються за участь у відповідних олімпіадах, конкурсах тощо – до 5 балів.

Штрафні бали передбачено за списування на контрольних заходах, систематичне невиконання домашнього завдання, неготовність до практичного заняття (результат тестового опитування), пропуск МКР без поважної причини – 1-2 бали за раз, не більше 5 за семестр;

3. Бали за відповідь на екзамені

Екзамен може проходити у письмовій формі по індивідуальних білетах (за умови очного семестрового контролю). Завдання в білетах різні, не повторюються; розраховані на час проведення екзамену й загалом однакові по складності.

Кожний білет містить два теоретичних питання і дві практичні задачі. Задачі закріплені за номерами білетів. Кожне теоретичне питання оцінюється у 15 балів, а практичне – 10 балів. Перелік питань та видів задач наведено у додатку до силабусу.

Критерії оцінювання теоретичного запитання екзаменаційної роботи:

- 15-12 балів - повна й змістовна відповідь, наведені приклади, доведені теореми (не менше 90% потрібної інформації);
- 11- 8 балів - достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), має незначні недоліки;
- 7-4 балів - неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації), є деякі помилки;
- 3-1 балів – відповідь невірна, багато помилок, недоведені теореми тощо;
- 0 балів – відсутня відповідь.

Критерії оцінювання практичного завдання екзаменаційної роботи:

- 10 – повне безпомилкове розв'язування завдання;
- 9 - 7 – повне розв'язування завдання з несуттєвими недоліками;
- 6 - 4 – завдання виконане з певними недоліками або виконано неповністю;
- 3 - 1 – немає рішення або відповідь невірна, відсутні правильні кроки;
- 0 - немає рішення.

Максимальна кількість балів за відповідь на екзамені:

15 балів x 2 теоретичні запитання + 10 балів x 2 задачі = 50 балів.

4. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Семестрова складова рейтингової шкали $RC = 50$ балів.

Екзаменаційна складова рейтингової шкали $RE = 50$ балів.

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює: $R = RC + RE = 100$ балів.

5. Календарний контроль

На першому календарному контролі (7-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до першого календарного контролю.

На другому (13-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до другого календарного контролю.

5. Умова допуску до екзамену та визначення оцінки

Необхідною умовою допуску студента до екзамену є виконання всіх КР протягом семестру та семестровий рейтинг студента не менше 25 балів. В іншому разі студент повинен виконати додаткову роботу та підвищити свій рейтинг.

Сумарний рейтинг студента R визначається як сума семестрового рейтингу студента r_c та балів r_e , отриманих на екзамені. Оцінка виставляється відповідно до значення R згідно з таблицею відповідності.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Додаткова інформація з кредитного модулю (освітнього компонента)

- *додаток до силабусу – перелік питань та типи практичних задач, які виносяться на семестровий контроль;*
- *екзамен проходить у письмовій формі по індивідуальних білетах; завдання в білетах різні, не повторюються, розраховані на час проведення екзамену й загалом однакові по складності;*
- *кожний білет містить два теоретичних питання і дві практичні задачі; задачі закріплені за номерами білетів;*
- *кожне теоретичне питання оцінюється у 15 балів, а практичне – 10 балів;.*

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено старший викладач Темнікова Олена Леонідівна

Ухвалено кафедрою __ПМА__ (протокол № _14_ від ____14.05.2025____)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 11 від _23.05.2025____)

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

ДОДАТОК ДО СИЛАБУСУ

– перелік питань та види практичних задач, які виносяться на екзамен

Теоретичні питання:

1. Канторівське визначення множини. Приклади множин. Поняття приналежності елемента множині. Інтуїтивний принцип об'ємності.
2. Способи завдання множин. Поняття предиката і висловлювання. Інтуїтивний принцип абстракції
3. Поняття включення множини в множину (строге і нестроге). Пуста і універсальна множина. Множина-ступінь
4. Операції над множинами. Розбиття множин. Діаграми Венна.
5. Алгебра множин. Аксиоми і теореми теорії множин. Доказ основних теорем.
6. Декартовий добуток множин. Властивості декартового добутку.
7. Поняття бінарного відношення. Область визначення і область визначення відношень. N-арні відношення. Навести приклади.
8. Способи завдання відношення: предикати, матриці, графи, графіки.
9. Операції над відношеннями. Перетин, об'єднання, добуток, доповнення відношення. Зворотні відношення. Транзитивне замикання відношень.
10. Властивості відношень на множині X: рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, асиметричність, антисиметричність, транзитивність. Якими властивостями володіють відношення включення множин (строге, нестроге), відношення рівнопотужності, відношення покриття, відношення суміжності і досяжності для орієнтованих і неорієнтованих графів?
11. Відношення еквівалентності, рівності. Класи відрахувань за модулем n.
12. Розбиття множин. Класи еквівалентності. Фактор-множина. Теорема про класи еквівалентності і розбитті множини.
13. Відповідності і відображення. Види відображень. Визначення функції. Часткові функції. Види функціональних відображень.
14. Композиція відображень. Властивості композиції відображень. Довести асоціативність композиції відображень.
15. Теореми про властивості композиції відображень (навести таблицю) Довести, що композиція ін'єкції і сюр'єкції є відображення загального вигляду.
16. Зворотне відображення. Довести теорему про існування зворотного відображення.
17. Відношення порядку. Властивості. Типи порядків. Строгий порядок. Частковий порядок. Лінійний порядок.
18. Відношення порядку. Найменший (найбільший) елемент, мінімальні (максимальні) елемент. Універсальні верхня і нижня грані в-множини. Визначення інтервалу.
19. Відношення покриття. Його властивості. Діаграми Гассе.
20. Визначення верхньої (нижньої) грані елементів в-множини. Визначення точної верхньої (нижньої) грані двох елементів в-множини. Визначення решітки.
21. Ізотонні і антитонні відображення в-множин. Ізоморфізм і двоїстість в-множин.
22. Самодвоїсті множини.
23. Відношення квазіпорядку (передпорядку). Довести лему про впорядковування квазівпорядкованої множини.
24. Визначення решітки, підрешітки, напіврешітки. Опуклі підрешітки.
25. Визначення замкнутого інтервалу.
26. Поняття про алгебри і алгебраїчні системи. Решітки як алгебри. Система аксіом, що визначає решітки. Довести теорему про те, що будь-яка решітка є алгеброю і навпаки.
27. Властивості решіток: дистрибутивність, модулярних. Показати, що ланцюга
28. дистрибутивні трійки є дистрибутивними і модулярних. Довести немодулярність решітки M_5 , модулярних і недистрибутивність M_3 .

29. Доповнення елементів в решітках. Решітки з доповненнями, з відносними доповненнями. Булеві решітки. Аксиоми булевої решітки. Теорема про єдиність доповнення в дистрибутивній решітці. Теорема про відносні доповнення в модулярних решітках.
30. Відображення решіток. Гомоморфізм решіток. Гомоморфізм ланцюгів. Види гомоморфізмів. Перевірити, чи є задане відображення решіток гомоморфізмом (на прикладі).
31. Кардинальна ступінь множин.
32. Основні поняття для неорієнтованих графів. Матриця суміжності. Матриця інцидентності. Визначення степенів вершин.
33. Частина графа. Підграф. Повний граф. Порожній граф. Зірка вершини графа. Кліка. Максимальні і мінімальні підграфи.
34. Шляхи і зв'язність в неорієнтованих графах - основні визначення.
35. Точки зчленування в неорієнтованих графах. Діаметр, радіус, центри і периферії графа.
36. Ейлерів обхід графа. Теорема Ейлера. Гамільтонів цикл.
37. Визначення орієнтованого графа. Частина орграфа. Підграф. Напівзірки заходу і витоку вершин орграфу.
38. Основні поняття для орієнтованих графів. Матриці суміжності, інцидентності. Півстепені вершин. Визначення півстепенів за матрицями суміжності і інцидентцій.
39. Шлях, напівшлях, цикл в орграфі. Досяжність в орграфі. Типи зв'язності орграфів.
40. Побудова матриці відстаней.
41. Критерії зв'язності орграфів. Дослідження зв'язності орграфів за допомогою матриці досяжності.
42. Поняття вершинної бази, компоненти сильної зв'язності, конденсації орграфів. Процедура Кеніга знаходження вершинної бази орграфів.
43. Ацикличні графи. Дерева. Орієнтовані дерева.
44. Планарні і плоскі графи. Дослідження планарності графів (основні теореми). Формула Ейлера. Нерівність Ейлера. Непланарні графи.
45. Гомеоморфізм графів. Теорема Понтрягіна-Куратовського.
46. Відношення рівнопотужності множин. Його властивості. Потужність множин. Кардинальні числа.
47. Потужність кінцевої множини. Знайти потужність об'єднання трьох кінцевих множин. Кардинальне число.
48. Визначення кардинального числа. Теорема Кантора-Бернштейна (Цермело). Наслідки.
49. Зліченна множина. Основні теореми про злічені множини. Теорема про найменше трансфінітне число.
50. Кардинальна арифметика. Сума, добуток, степінь кардинальних чисел. Властивості кардинальних операцій.
51. Основні співвідношення кардинальної арифметики. Доведення співвідношень: $a+b = \max\{a, b\}$, $ab = \max\{a, b\}$.
52. Теорема (Кантора) про потужність множини всіх підмножин нескінченної множини. Доведення.
53. Потужність континууму. Довести незліченність множин дійсних чисел з інтервалу $(0,1)$. Основні теореми про властивості континуума.
54. Континуум-гіпотеза. Узагальнена континуум-гіпотеза. Подолання парадоксів теорії множин. Система аксіом Цермело-Френкеля.
55. Визначення кінцевого абстрактного автомата.
56. Способи завдання автоматів.
57. Визначення мережі Петрі. Деякі типові інтерпретації переходів і позицій.
58. Конфлікт в мережі Петрі. Навести схему..
59. Методи аналізу мереж Петрі. Перелічити. Переваги й недоліки методів.
60. Теорія комплектів. Функція числа примірників елемента. Зв'язок з теорією множин.

Види практичних завдань:

Множини. Алгебра множин.

Довести в змістовній теорії множин:

Спростити вираз:

Перевірити тотожність (алгебраїчно):

Відношення. Властивості. Відношення еквівалентності та порядку, квазіпорядку.

Дослідити властивості бінарного відношення, визначеного на заданій множині X .

Визначити, чи є відношення відношенням еквівалентності або порядку.

Відображення.

Для заданого відображення, знайти область визначення й область значень, дослідити, чи є воно функціональним, повністю визначеним або частковим, чи є воно ін'єктивним, сюр'єктивним або бієктивним:

Побудувати композицію відображень $g \circ f$; перевірити, чи є вона ін'єктивною, сюр'єктивною або бієктивною

Решітки.

Для заданої решітки визначити, чи є вона модулярною, дистрибутивною, з доповненнями (скласти таблицю доповнень), з відносними доповненнями, булевою.

Відображення впорядкованих множин, решіток.

На множинах A і B задані відношення порядку, відповідно й задане відображення. Для обох впорядкованих множин A і B побудувати діаграми Гасе й відображення f . Визначити чи є воно ізотонним, ізоморфізмом, антитонним.

Для даного відображення перевірити, чи є воно гомоморфізмом. Визначити тип морфізму.

Графи.

Для графа G знайти матрицю відстаней, діаметр графа, радіус графа, центри графа, ейлерів обхід, гамільтонів цикл.

Для графа G знайти матрицю суміжності, матрицю інциденцій; визначити степені вершин графу:

Орграфи.

Для заданого орграфа D знайти: матрицю суміжності $A(D)$; матрицю досяжності $R(D)$; матрицю відстаней (d_{ij}) ; матрицю інциденцій $I(D)$.

Для заданого орграфа D знайти: сильні компоненти орграфу D ; конденсацію графа D^* , вершинну базу V^* ; вершинну базу орграфу D ; степінь зв'язаності

Теорія автоматів

Побудувати автомат, що функціонує в алфавітах $X=Y=\{\dots\}$ і реалізує заданий алгоритм.

Для комплектів A та B визначити перетин, об'єднання, $A+B$, $A-B$ та $B-A$.

Визначити потужність комплектів, Чи виконується $A=B$? Чи входить один з комплектів в інший?

Складено: старший викладач Темнікова Олена Леонідівна