



МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ (ПО 09)

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>11 Математика і статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Наука про дані та математичне моделювання</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній</i>
Обсяг дисципліни	<i>4,0 кредити ЕКТС / 120 год. (36 год. – лекції, 36 год. – практичні заняття, 48 год. – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Залік, РР, МКР</i>
Розклад занять	https://schedule.kpi.ua/lecturers?lecturerId=740c1a12-134d-40f7-9a20-ad6dba7444e3 <i>лекція – 1 раз на тиждень, практичні – 1 раз на тиждень</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>Темнікова Олена Леонідівна</i> , temnikova_elena@ukr.net Практичні: <i>Темнікова Олена Леонідівна</i> , temnikova_elena@ukr.net
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс https://campus.kpi.ua/tutor/index.php?mode=mob&cm=24551&rcms=222667

Програма навчальної дисципліни

Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Дисципліна «Математична логіка та теорія алгоритмів» має широкий спектр додатків в областях, пов'язаних з інформаційними технологіями. Вона є базовим курсом при підготовці фахівців з інформаційних технологій та алгоритмізації і штучного інтелекту.

Метою курсу є викладення основних понять і методів, необхідних для вивчення наступних дисциплін спеціальності «113 Прикладна математика», формування світогляду на математичну логіку, як на фундаментальну науку, яка використовується для формалізації знань, та філософію проблем обчислюваності та алгоритмічних схем.

Предметом вивчення дисципліни є булеві функції та моделі пропозиційної логіки, квантерізація та методи і закони логіки 1-го порядку, засоби формалізації знань, метод резолюції, основи логічного програмування; основи теорії багатозначних та модальних логік, поняття нечітких множин та лінгвістичних змінних; примітивно-рекурсивні функції, різні алгоритмічні схеми.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми, студенти після засвоєння дисципліни «Математична логіка та теорія алгоритмів» мають продемонструвати такі результати навчання:

знання:

- основних понять булевої алгебри;
- аксіоматичного методу побудови змістових і формальних систем;

- теорії предикатів першого порядку;
- методів побудови дедуктивного логічного виводу в аксіоматичних теоріях;
- основних алгоритмічних схем теорії алгоритмів;
- основних понять теорії обчислювання;
- особливостей багатозначних і модальних логік;
- основних понять та методів теорії нечітких множин;

уміння:

- досліджувати системи булевих функцій на повноту, замкнутість, несуперечність;
- моделювати бази знань для задач з різних проблемних областей;
- досліджувати проблеми обчислюваності;
- формалізувати знання про прикладну проблемну область мовою логіки предикатів;
- доводити логічні наслідки в даній проблемній області за допомогою достовірного (дедуктивного) виводу;
- формалізувати знання за допомогою нетрадиційних логік та міркувань.
- застосовувати методи багатозначних логік і нечітких множин для опису погано структурованих проблемних областей;

навички:

- побудови таблиць істинності;
- алгебраїчних перетворень виразів булевої алгебри та її моделі – алгебри висловлювань;
- перевірки загальнозначущості формул логіки висловлювань і формул логіки предикатів;
- перевірки логічних наслідків;
- побудови основних алгоритмічних схем;

досвід:

- розв'язання практичних задач булевої алгебри, алгебри висловлювань;
- застосування методів редукції та резолюції;
- побудови алгоритмічних схем: машини Тюрінга і нормальних алгоритмів Маркова;
- виконання операцій в багатозначних і нечітких логіках.

Під час вивчення даної дисципліни студенти набудуть:

I. загальних компетентностей:

- ЗК01. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність);
- ЗК04. Здатність бути критичним і самокритичним;
- ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;
- ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

II. фахових компетентностей:

- ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;
- ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.
- ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.
- ФК18. Навички розв'язування специфічних математичних та комп'ютерних задач машинного навчання.

Програмними результатами навчання є:

- РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;

- PH04. Виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів;
- PH07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач;
- PH12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині;
- PH14. Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Вивчення дисципліни «Математична логіка та теорія алгоритмів» дозволяє сформуванню у студентів компетенцій, необхідних для розв'язання складних спеціалізованих задач та практичних проблеми прикладної математики у професійній діяльності, пов'язаної з аналізом та використанням математичних методів.

Дисципліні «Математична логіка та теорія алгоритмів» передують вивчення дисциплін «Дискретна математика» та «Архітектура обчислюваних систем» навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Дисципліна «Математична логіка та теорія алгоритмів» забезпечує вивчення дисциплін навчального плану підготовки бакалаврів за спеціальністю 113 Прикладна математика:

- Алгоритми і системи комп'ютерної математики
- Алгоритмічні основи обчислювальної геометрії і комп'ютерної графіки
- Вступ до баз даних та інформаційних систем
- Базы даних
- Математичне моделювання
- Методи оптимізації
- Основи машинного навчання

а також наступних дисциплін навчального плану підготовки магістрів за спеціальністю 113 Прикладна математика:

- Інтелектуальний аналіз даних
- Машинне навчання

Зміст навчальної дисципліни

РОЗДІЛ 1. АЛГЕБРА БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ.

Тема 1.1. Абстрактна алгебра Буля.

Тема 1.2. Дослідження та перетворення систем булевих функцій.

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА.

Тема 2.1. Пропозиційна логіка. Числення висловлювань.

Тема 2.2. Логіки 1-го порядку. Формалізація і доведення логічних слідувань. Метод резолюцій.

РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ.

Тема 3.1. Формальні моделі алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій.

Тема 3.2. Алгоритмічні схеми.

Тема 3.3. Розв'язність та нерозв'язність.

РОЗДІЛ 4. НЕКЛАСИЧНІ ЛОГІКИ.

Тема 4.1. Нечіткі множини.

Тема 4.2. Багатозначні та модальні логіки.

Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. S. C. Kleene. Mathematical Logic. John Wiley & Sons. Dover reprint, 2002. ISBN 0-486-42533-9.
2. Robert R Stoll. Sets Logic and Axiomatic Theories Edition Paperback – January 1, 1961.
3. Бардачов Ю.М. Дискретна математика / Ю.М.Бардачов, Н.А.Соколова, В.Є.Ходаков – К.: Вища школа, 2002. –287 с.

4. Заяць В.М. Функційне програмування: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл., що навчаються за спец. "Програмне забезпечення автомат. систем" / В. М. Заяць; Міністерство освіти і науки України, Нац. ун-т "Львівська політехніка". - Львів : Бескид Біт, 2003. - 160 с.

5. Конверський А.Є. Логіка: (традиційна і сучасна): підручник для студ. вищ. навч. закладів / А.Є. Конверський ; Київський національний університет ім. Тараса Шевченка. - Київ: ЦНЛ, 2004. - 536 с.

6. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Системи штучного інтелекту : Навчальний посібник. За ред. В.В.Пасічника. - 2-ге вид., випр. та доп. - Львів : Магнолія -2006, 2013

7. Таран Т. А. Основи дискретної математики. Навчальний посібник. К.: Просвіта. - 2003. - с.288.

8. Темнікова О.Л. Математична логіка та теорія алгоритмів: Конспект лекцій [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / О.Л.Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 3,60 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. - 177 с.

9. Темнікова О.Л. Математична логіка. Практикум [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання»; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 1,37 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. - 76 с.

10. Темнікова О.Л. Теорія алгоритмів. Алгоритмічні схеми. Практикум [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / О.Л.Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 1,54 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. - 43 с.

Допоміжна література

1. Бадаєв Ю.І. Функціональне програмування: навч. посіб. / Ю. І. Бадаєв, О. Є. Круш, А. Л. Гурін, С. В. Ричік. - Київ: НТУУ "КПІ", 2012. - 136 с.

2. Бородкіна І.Л. Теорія алгоритмів: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / І.Л. Бородкіна, Г.О. Бородкін; Міністерство освіти і науки України; Національний університет біоресурсів і природокористування України. - Київ : Центр учбової літератури, 2020. - 184 с.

3. Лупенко С.А. Комп'ютерна логіка :підручник /С.А. Лупенко ; Міністерство освіти і науки України. - Львів: Видавництво "Магнолія 2006", 2021. - 573 с.

4. Матвієнко М.П. Математична логіка та теорія алгоритмів: навчальний посібник для студентів ВНЗ / М.П. Матвієнко, С.П. Шаповалов; МОН України, Сумський державний університет. - Київ: Ліра-К, 2015. - 211 с.

Матеріали курсу представлені в

<http://login.kpi.ua>, <https://app.slack.com/client/T019NN3E79A/C019GQ2MC90>.

Навчальний контент

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

ЛЕКЦІЯ 1.

РОЗДІЛ 1. АЛГЕБРА БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ.

ТЕМА 1.1 АБСТРАКТНА АЛГЕБРА БУЛЯ.

Аксіоми та теореми булевої алгебри.

Булеві функції та формули. Побудова таблиць істинності. Відповідні перетворення.

Досконалі форми: ДДНФ, ДКНФ. Побудова ДДНФ, ДКНФ.

ЛЕКЦІЯ 2.

ТЕМА 1.2 ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ СИСТЕМ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ.

Алгебра Жегалкіна.

Властивості булевих функцій.

Функціональна замкненість класів булевих функцій. Функціональна повнота.

Теореми о функціональній замкнутості класів булевих функцій. Теорема Поста.

ЛЕКЦІЯ 3.

РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА.

ТЕМА 2.1. ПРОПОЗИЦІЙНА ЛОГІКА. ЧИСЛЕННЯ ВИСЛОВЛЮВАНЬ.

Основні визначення алгебри висловлювань.

Тавтології. Відповідні перетворення. Логічний висновок.

Метатеореми про тавтології. Формалізація та розв'язання логічних задач.

Визначення формальної теорії. Формальна теорія L.

ЛЕКЦІЯ 4.

ТЕМА 2.2. ЛОГІКИ 1-ГО ПОРЯДКУ. ФОРМАЛІЗАЦІЯ І ДОВЕДЕННЯ ЛОГІЧНИХ СЛІДУВАНЬ. МЕТОД РЕЗОЛЮЦІЙ..

Поняття предикату. Квантори загальності та існування. Формули логіки предикатів. Інтерпретація та виконуваність формул логіки предикатів.

Поняття предикату, введення кванторів загальності та існування. Вільні та зв'язані змінні.

Формули. Інтерпретація та виконуваність формул логіки предикатів.

ЛЕКЦІЯ 5.

Побудова таблиць істинності в частинних областях визначення. Логічна загальнозначущість формул логіки предикатів. Логічний наслідок. Основні правила виводу логіки предикатів.

Формалізація висловлювань та перевірка логічних наслідків в логіці предикатів. Логічний квадрат.

ЛЕКЦІЯ 6.

Числення предикатів 1-го порядку. Теорія K. Логічні та власні аксіоми. Метатеорема про дедукцію. Доведення та вивід.

ЛЕКЦІЯ 7.

Випереджені нормальні форми. Скулемівські нормальні форми. Ербранівський універсум множини диз'юнктив. Теорема Ербрана. Правило резолюцій.

ЛЕКЦІЯ 8.

Метод резолюцій для логіки предикатів. Основні поняття логічного програмування. Уніфікація та підстановка. Приклади. Хорнівська логіка. Хорнівський диз'юнктив. Основні поняття логічного програмування: Predicates, Clauses, Goal. Побудова дерева логічного доведення.

ЛЕКЦІЯ 9.

РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ.

ТЕМА 3.1 ФОРМАЛЬНІ МОДЕЛІ АЛГОРИТМІВ ТА АЛГОРИТМІЧНО ОБЧИСЛЮВАНИХ ФУНКЦІЙ.

Поняття алгоритму. Поняття ефективної обчислюваності. Алфавіти і слова.

Неформальне поняття алгоритму. Властивості алгоритму. Асоціативні числення.

ЛЕКЦІЯ 10.

ТЕМА 3.2. АЛГОРИТМІЧНІ СХЕМИ.

Поняття про машину Тюрінга, побудова, приклади. Основні різновиди машин Тюрінга.

ЛЕКЦІЯ 11.

Нормальні алгоритми Маркова. Відповідність машин Тюрінга і нормальних алгоритмів.

ЛЕКЦІЯ 12.

Основні поняття λ -числення. Функціональне програмування. Основні поняття та принципи функціонального програмування, рекурсії.

ЛЕКЦІЯ 13.

ТЕМА 3.3 РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ТА НЕРОЗВ'ЯЗНІСТЬ.

Арифметичні функції і арифметичні відношення. Примітивно рекурсивні функції і відношення. Рекурсивні функції.

Ідея арифметизації математики. Геделева нумерація. Теорема Геделя про повноту. Методологічне значення теореми Геделя для формалізації знань.

ЛЕКЦІЯ 14.

Алгоритмічно нерозв'язні проблеми. Універсальна машина Тюрінга. Нерозв'язність проблеми зупинки для машини Тюрінга. Тезис Черча. Необчислюваність функцій.

ЛЕКЦІЯ 15.

РОЗДІЛ 4. НЕКЛАСИЧНІ ЛОГІКИ.

ТЕМА 4.1. НЕЧІТКІ МНОЖИНИ.

Визначення нечіткої множини в змісті Заде. Нечітка множина, операції. Нечіткі відношення. Композиції нечітких відношень. Поняття лінгвістичної змінної.

ЛЕКЦІЯ 16.

Узагальнення нечітких множин. Нечітка логіка. Застосування нечітких методів для рішення логічних задач в слабо структурованих областях.

ЛЕКЦІЯ 17.

ТЕМА 4.2. БАГАТОЗНАЧНІ ТА МОДАЛЬНІ ЛОГІКИ.

Багатозначні логіки. Багатозначні логіки Лукасевича і Поста.

ЛЕКЦІЯ 18.

Основні поняття модальних логік. Часові, епістемічні та автоепістемічні логіки.

Практичні заняття

На початку кожного практичного заняття проводиться коротке опитування з метою перевірки освоєння лекційного матеріалу з відповідної теми, перевіряється і аналізується домашнє завдання.

Основна мета практичних занять — закріпити отримані на лекції основні положення по кожному з розділів, розширити ці знання за рахунок вирішення реальних задач та набути досвід з практичного використання положень математичної логіки та математичного моделювання.

Для цього треба відпрацювати такі теми:

1 РОЗДІЛ 1. БУЛЕВА АЛГЕБРА

Тема 1.1 Абстрактна алгебра Буля.

Побудова таблиць істинності. Дослідження булевих формул і функцій.

2 Побудова ДДНФ, ДКНФ.

3 Побудова полінома Жегалкіна.

4 Тема 1.2 Дослідження та перетворення систем булевих функцій.

Дослідження повноти систем булевих функцій.

5 РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА.

Тема 2.1 Пропозиційна логіка. Числення висловлювань.

Дослідження формул логіки висловлювань. Дослідження тавтологій логіки висловлювань.

6 Формалізація змістовних задач і перевірка логічного слідування засобами пропозиційної логіки.

7. Тема 2.2. Логіки 1-го порядку. Формалізація і доведення логічних слідувань. Метод резолюцій.

Формалізація змістовних висловлювань засобами логіки предикатів.

8. Перевірка здійсненності формул логіки предикатів (Побудова таблиць істинності на частковій області).

9. Перевірка загальнозначущих формул логіки предикатів і доведення логічних наслідків неформальними методами

10. Формалізація і розв'язання змістовних задач.

11. Доведення в теорії К.

12. Розв'язання логічних задач методом резолюції та представлення мовою клауз.

13. РОЗДІЛ 3. ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ.

Тема 3.2. Алгоритмічні схеми.

Побудова алгоритмів за допомогою композиції машин Тюрінга.

14. Побудова нормальних алгоритмів Маркова.

15. Тема 3.3. Розв'язність та нерозв'язність.

Доведення рекурсивності арифметичних функцій і відношень. Побудова рекурсій.

16. Функціональне програмування. Складення рекурсивних алгоритмів.

17. РОЗДІЛ 4. НЕКЛАСИЧНІ ЛОГІКИ.

Тема 4.1. Нечіткі множини.

Основні операції на нечітких множинах і відношеннях. Використання нечітких множин для формалізації змістових задач.

18. Тема 4.2. Багатозначні та модальні логіки.

Побудова таблиць істинності в багатозначних логіках.

6. Самостійна робота студента

До самостійної роботи студента виносяться (48 годин):

- підготовка до аудиторних занять – систематично до 1 години на годину заняття з урахуванням повторення лекційного матеріалу – разом 36 годин;*
- підготовка до контрольної роботи – до 4 годин самостійної роботи;*
- виконання розрахункової роботи – до 4 годин самостійної роботи;*
- підготовка до заліку – до 4 годин самостійної роботи.*

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги, які ставляться перед студентом під час опанування навчальної дисципліни:

- систематичне відвідування занять (як лекцій, і особливе практичних);*
- на практичних заняттях активність і дострокове самостійне виконання завдань відмічається заохочувальними балами;*
- за активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати від 0,1 до 0,25 балів. Не більше ніж 5 бали за семестр. Заохочувальні бали також надаються за участь у відповідних олімпіадах, конкурсах тощо – до 5 балів.;*
- штрафні бали передбачено за списування на контрольних заходах, систематичне невиконання домашнього завдання, неготовність до практичного заняття (результат тестового опитування), пропуск МКР без поважної причини – 1-2 бали за раз, не більше 5 за семестр; несвоєчасна здача РР – по 1 балу за кожний тиждень;*
- пропущені контрольні роботи обов'язково повинні бути виконані до залікового тижня; перескладання (переписування) МКР не передбачено;*
- за списування або розмови під час МКР знімаються штрафні бали (до 50% від балів за завдання), за списування під час написання залікової контрольної роботи або захисту РР дається інше завдання без додавання додаткового часу і з штрафними -5 балами або студент усувається із аудиторії.*

Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, МКР, РР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр на 7-ому та на 13-ому тижнях, як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до даного календарного контролю

Семестровий контроль: залік

Умови допуску до семестрового контролю: виконання всіх частин МКР, РР. Залік виставляється за Положенням про семестровий контроль.

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

1) письмове тестування на першому практичному занятті на залишкові знання, отримані при вивченні дисципліни «Дискретна математика», що передують даному курсу з математичної логіки, та

п'ять контрольних роботи (одна МКР поділяється на п'ять контрольних робіт за темами курсу 1.2., 2.1., 2.2., 3.2, 4.1 тривалістю по 10-20 хвилин);

2) заохочувальні бали за активність на практичних заняттях тощо;

3) розрахункову роботу.

СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ БАЛІВ

1. Модульний контроль.

За відповіді під час письмового тестування на першому практичному занятті на залишкові знання можна отримати максимально 6 балів – 6 запитань по 1 балу за правильну відповідь.

Перша частина МКР - контрольна робота за темою 1.2 – Булева алгебра = 14 балів, 20 хвилин: дві задачі по 7 балів:

7 – завдання виконано повністю, відповідь правильна;

6-5 – розв'язок неповний або є деякі технічні помилки, але в цілому хід рішення правильний;

4-3 – зроблені деякі кроки, але розв'язку немає;

2-0 – немає рішення завдання);

Друга частина – тема 2.1 з пропозиційної логіки, 15 балів, 3 завдання по 5 балів, 20 хвилин.

За темою 2.2. «Теорія предикатів» - невеличка робота на 5 балів за завдання по побудові таблиць істинності та перевірці на ЛЗЗ формул алгебри предикатів, 10 хвилин:

Контрольна робота за темою 3.2. «Алгоритмічні схеми» розрахована на 30 хвилин і 20 балів- (по 10 балів за розв'язок кожної алгоритмічної схеми: машини Тюрінга, Нормального алгоритму Маркова):

10-8 – повністю написана працездатна програма, наведені приклади;

7-5 – програма написана, є недоліки або відсутні приклади;

4-2 – є деякі кроки, програма з помилками або недопрацьована;

1-0 – відсутнє рішення).

і ще 10 балів за тему 4.1. по неklasичним логікам проходить у вигляді математичного диктанту - п'ять запитань по 2 бали на 10 хвилин.

Загальна максимальна кількість балів за поточні контрольні заходи (залишковий тест і частини МКР):

$6+14+15+5+20+10=70$ балів (по часу $20+20+10+30+10=90$ хвилин).

Розрахункова робота: 30 балів.

РР складається з 6 розділів (різні методи формалізації і логічного доведення). Кожний розділ оцінюється до 4 балів.

4 – завдання виконано без помилок,

2-3 – розв'язок має невеличкі недоліки,

1-0 – розв'язок відсутній або неправильний.

За захист РР – 6 балів, 3 запитання по 2 бали за відповідь.

2. Заохочувальні бали

За активну та плідну роботу на практичному занятті студент може отримати від 0,1 до 0,25 балів. Не більше ніж 10 бали за семестр. Заохочувальні бали також надаються за участь у відповідних олімпіадах, конкурсах тощо – до 10 балів.

Штрафні бали передбачено за списування на контрольних заходах, систематичне невиконання домашнього завдання, неготовність до практичного заняття (результат тестового опитування), пропуск МКР без поважної причини – 1-2 бали за раз, не більше 5 за семестр; несвоєчасне здача РР – по 1 балу за кожний тиждень.

3. Розрахунок шкали (R) рейтингу

Рейтингова шкала з дисципліни дорівнює: $R = R_{\text{тест}} + R_{\text{мкр}} + R_{\text{рр}} = 6 + 64 + 30 = 100$ балів.

4. Календарний контроль

На першому календарному контролі (7-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до першого календарного контролю.

На другому (13-й тиждень) студент отримує «зараховано», якщо його поточний рейтинг не менше 60 % від максимальної кількості балів, яку може отримати студент до другого календарного контролю.

5. Умова допуску до заліку та визначення оцінки

Неодмінною умовою допуску до заліку є виконання всіх частин модульної контрольної роботи та відсутність заборгованості з розрахункової роботи.

Якщо наприкінці семестру студент набрав не менше 60 рейтингових балів, а також виконав умови допуску до заліку, він отримує залік «автоматом» відповідно до таблиці.

Студент може спробувати підвищити свою оцінку шляхом написання залікової контрольної роботи, при цьому його бали, отримані за семестр, зберігаються, а з двох отриманих студентом оцінок виставляється вища. У випадку, якщо сума рейтингових балів менша від 60, але виконано умови допуску до семестрового контролю, студент виконує залікову контрольну роботу, при цьому його рейтинг анулюють, після чого бали нараховують за результатами виконання 100-бальної залікової контрольної роботи.

Залікова контрольна робота містить 4 питання/задачі. Відповідь на кожну задачу оцінюють у 25 балів. Залікова контрольна робота проводиться у письмовій формі по індивідуальних. Завдання в білетах різні, не повторюються; розраховані на час проведення заліку й загалом однакові по складності.

Кожний білет містить два теоретичних питання і дві практичні задачі. Перелік питань наведений у методичних рекомендаціях до засвоєння кредитного модуля. Задачі закріплені за номерами білетів.

Критерії оцінювання відповідей на кожне питання/задачу:

25 балів — правильна та змістовна відповідь;

23–24 бали — відповідь правильна, змістовна, але має незначні вади;

19–22 балів — відповідь містить незначні помилки чи є неповною;

15–18 балів — відповідь містить кричущі помилки чи є неповною;

0 балів — немає відповіді.

Максимальна кількість балів за залікову контрольну роботу: $25 \text{ балів} \times 4 = 100 \text{ балів}$.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- додаток до силабусу – перелік питань та типи практичних задач, які виносяться на залікову контрольну роботу;
- залікова контрольна робота за необхідністю проходить у письмовій формі по індивідуальних білетах; завдання в білетах різні, не повторюються, розраховані на пару й загалом однакові по складності;

- *кожний білет містить два теоретичних питання і дві практичні задачі; задачі закріплені за номерами білетів; кожне теоретичне питання оцінюється у 25 балів; вся контрольна – 100 балів.*

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено старший викладач Темнікова Олена Леонідівна

Ухвалено кафедрою ____ПМА____ (протокол № _14_ від _____14.05.2025_____)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 11 від 23.05.2025)

МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

ДОДАТОК ДО СИЛАБУСУ

– перелік питань та види практичних задач, які розглядаються в курсі.

Теоретичні питання:

1. Булева алгебра: булева змінна, булева функція, поняття набору. Функції від однієї і двох змінних, їх кількість. Визначення булевої алгебри. Аксиоми булевої алгебри. Основні теореми булевої алгебри.
2. Поняття булевої формули, пріоритети операцій. Еквівалентні перетворення формул в булевій алгебрі. Записати основні еквівалентності булевої алгебри. Приведення до ДНФ та до ДДНФ за допомогою еквівалентних перетворень.
3. Визначення диз'юнктивів, кон'юнктивів, конституенти 1, конституенти 0. Визначення ДНФ, КНФ, ДДНФ, ДКНФ. Як записати ДДНФ і ДКНФ для функції.
4. Монотонність булевих функцій. Доказ теореми про функціональну замкненість класу монотонних функцій. Як перевірити, чи є булева монотонною.
5. Двоїсті функції. Самодвоїсті функції. Доказ теореми про функціональну замкненість класу самодвоїстих функцій. Перевірити, чи є функція самодвоїстою – алгебраїчно та за таблицею істинності.
6. Булеві функції, що зберігають 0. Довести теорему про функціональну замкненість класу функцій, що зберігають 0. Перевірити, чи зберігає 0 булева функція.
7. Булеві функції, що зберігають 1. Довести теорему про функціональну замкненість класу функцій, що зберігають 1. Перевірити, чи зберігає 1 булева функція.
8. Алгебра Жегалкіна. Визначення полінома Жегалкіна. Довести теорему про єдиність подання булевої функції канонічним поліномом Жегалкіна. Визначення лінійної функції. Побудувати поліном Жегалкіна для булевої функції – алгебраїчно і через ДДНФ. Доказ теореми про функціональну замкненість класу лінійних функцій.
9. Визначення функціонально повної системи операцій в булевій алгебрі. Теорема Поста (схема доведення). Перевірити функціональну повноту системи.
10. Методологічні принципи формальної логіки - основні тотожності. Визначення алгебри висловлювань. Аксиоми алгебри висловлювань. Визначення логічних зв'язок.
11. Просте висловлювання. Визначення. Приклади. Складне висловлювання. Використання логічних зв'язок для формалізації складних висловлювань. Таблиці істинності основних логічних зв'язок логіки висловлювань.
12. Тавтології. Здійснені формули. Протиріччя. Способи доведення тавтології. Проблема розв'язності.
13. Визначення формули алгебри висловлювань. Інтерпретація формули алгебри висловлювань. Таблиці істинності. Визначення логічного слідування. Теореми про логічне слідування та тавтології.
14. Метатеореми про тавтології. Правило *modus ponens*. Доведення. Привести приклади застосування правила МР. Правила силогізму і контрапозиції. Доведення. Привести приклади застосування. Правила МТ і правило доведення да абсурду.
15. Метатеореми про тавтології. Правило підстановки: доведення, приклади застосування. Правило еквівалентної заміни: доведення, приклади застосування.
16. Диз'юнкт. Порожній диз'юнкт. Його значення. Множина диз'юнктивів. Здійсненість та суперечливість множини диз'юнктивів. Задачі перевірки множини диз'юнктивів на несуперечливість.
17. Основна ідея методу резолюції. Правило резолюцій Робінсона. Одержання резольвент, побудова резолютивного висновку. Приклад застосування методу резолюцій для перевірки логічного слідування.
18. Визначення формальної теорії. Доведення і виведення у формальній теорії. Властивості виводимості.

19. *Визначення числення висловлювань (Теорія L). Перелічити аксіоми і основні теореми теорії L.*
20. *Визначення багатомісного предиката. Приклади. Визначення предметної області, терма, формули.*
21. *Операції над предикатами. Навішування кванторів. Область дії квантора. Вільні і зв'язані змінні. У заданій формулі визначити, які змінні є зв'язаними, а які – вільними.*
22. *Інтерпретація і здійсненність формул алгебри предикатів. Таблиці істинності формул логіки предикатів. Здійсними формули, протиріччя, логічно-загальнозначаючі формули. Часткова інтерпретація формул на множині $D = \{1, 2\}$.*
23. *Визначення логічно-загальнозначаючих формул логіки предикатів. Записати правила Де Моргана для формул логіки предикатів. Записати ЛОЗ формули для пронесення зв'язок $\&$, $\vee$. Рівносильність формул логіки предикатів.*
24. *Логічне слідування в логіці предикатів. Правила універсальної і екзистенціальної конкретизації. Доведення. Правило узагальнення Gen. Доведення.*
25. *Узагальнене правило відділення (GMP). Навести приклади.*
26. *Визначення формальної теорії K. Метатеореми про дедукції в зчисленні предикатів.*
27. *Формалізація речень природної мови. Навести приклади. Основні схеми суджень. Логічний квадрат. Сумісність по істинності і хибності схем суджень, що складають логічний квадрат.*
28. *Основна ідея методу резолюції. Правило резолюцій Робінсона. Отримання резольвент, побудова резольютивного виведення. Приклад застосування методу резолюцій для перевірки логічного слідування в логіці висловлювань. Особливості застосування методу резолюцій для логіки 1-го порядку.*
29. *Метод резолюцій для логіки 1-го порядку: підстановка, уніфікація. Найбільш загальний уніфікатор.*
30. *Визначення диз'юнкту. Визначення порожнього диз'юнкту. Визначення множини диз'юнктив. Визначення здійсненності і нездійсненності множини диз'юнктив.*
31. *Попереджені нормальні форми (ПНФ). Доказ теореми про приведення формули до ПНФ.*
32. *Скулемівські стандартні форми (ССФ). Приведення до ССФ. Теорема про суперечливість формули при суперечливості її стандартної форми.*
33. *Ербранівський універсум множини диз'юнктив, основний приклад. Теорема Ербрана (без доведення).*
34. *Логічне програмування. Основні поняття. З яких блоків складається логічна програма? Хорнівський диз'юнкт. Факт. Визначення клауз. Дерево резольютивного виведення.*
35. *Особливості логічного програмування (запис фактів, правил; що означає питання «-?»; у якому випадку отримують відповідь «так»? «Ні»?).*
36. *Геделева нумерація. Теорема Геделя про повноту.*
37. *Арифметичні функції. Схема примітивної рекурсії. Примітивно-рекурсивні функції.*
38. *Оператор мінімізації, рекурсивні функції. Рекурсивні відношення.*
39. *Інтуїтивне поняття алгоритму, властивості алгоритму. Алфавіти і слова. Асоціативні обчислення. Проблема еквівалентності слів.*
40. *Визначення машини Тюрінга. Композиція машин Тюрінга.*
41. *Нормальні алгоритми Маркова. Еквівалентність нормальних алгоритмів і машини Тюрінга.*
42. *Клас функцій, обчислюваних за Тюрінгом. Теза Черча. Необчислювальні функції.*
43. *Універсальна машина Тюрінга. Алгоритмічно нерозв'язні проблеми. Рекурсивні та рекурсивно перелічувані множини.*
44. *Лямбда-числення. Функціональне програмування. Основні особливості функціонального програмування – перелічити Визначення функцій за допомогою λ -абстрактора. Навести приклад.*
45. *Польський запис виразу: прямий і зворотний. Обхід дерева виразу: для реалізації прямого і зворотного польського запису.*
46. *Особливість функціонального програмування: відсутність оператора присвоювання. Навести приклад.*
47. *Особливість функціонального програмування: використання умовного виразу. Навести приклад.*

48. *Особливість функціонального програмування: відсутність складових операторів. Навести приклад.*
49. *Особливість функціонального програмування: відсутність операторів циклу. Навести приклад.*
50. *Операція аплікації функцій. Навести приклад.*
51. *Висхідна рекурсія. Низхідна рекурсія. Навести приклади.*
52. *Достовірні міркування. Які міркування називаються недостовірними? Що таке фальсифікатор міркування? Яке міркування називається тривіально недостовірним?*
53. *Класифікація недостовірних висновків на основі існування множини фальсифікаторів.*
54. *Класифікація правдоподібних висновків на підставі спільності посилок і висновку. Індукція і абдукція. Нетривіальна абдукція.*
55. *Особливості правдоподібних висновків. Методи індуктивних міркувань Д.С. Мілля.*
56. *Тризначна система Гейтінга і Лукасевича - загальне і відмінності.*
57. *K-значна логіка Посту. Симетричне і циклічне заперечення.*
58. *Модальні логіки. Логіка можливого. Оператори необхідності і можливості.*
59. *Нечіткі множини. Основні поняття (завдання, функція приналежності, α -рівень, носії множини).*
60. *Функція приналежності для нечітких підмножин - відміна від ймовірності. Нечіткі множини як узагальнення канторовської теорії множин.*
61. *Операції над нечіткими множинами (перетин, об'єднання, доповнення, включення, порожня множина і універсум, розтягнення, концентрація).*
62. *Які тотожності алгебри множин виконуються для нечітких підмножин, а які ні?*
63. *Відстань Геммінга і Евкліда. Відносна відстань.*
64. *Нечіткі відношення. Навести приклад. Властивості нечітких відношень (рефлексивність, симетричність, транзитивність). Мах-тіп композиція нечітких відношень.*
65. *Відношення схожості і відмінності - якими властивостями володіють, як співвідносяться між собою?*
66. *Лінгвістична змінна. Терм-множина. Який об'єкт в лінгвістичній змінній моделюється нечіткими множинами?*
67. *Способи завдання функції приналежності лінгвістичній змінній. Правила узгодженості.*
68. *Побудова функції приналежності методом статистичного опитування експертів. Побудова функції приналежності методом узгодженого попарного порівняння Сааті.*
69. *Нечітке правило виведення.*

Види практичних завдань:

Булева алгебра

- Спростити булеву формулу.*
- Привести булеву формулу до СДНФ за допомогою еквівалентних перетворень.*
- Побудувати таблицю істинності для булевої функції, визначити ДДНФ та ДКНФ.*
- Розв'язати рівняння (булеві формули).*
- Визначити, чи є функція тавтологією методом від супротивного.*
- Перевірити еквівалентність формул A и B, використовуючи основні теореми й аксіоми булевої алгебри.*
- Дослідити систему функцій на повноту. Визначити базис.*
- Визначити властивості булевої функції.*
- Представити булеву формулу у вигляді ДДНФ, ДКНФ і канонічного полінома Жегалкіна.*
- Дослідити властивості функції.*

Алгебра висловлювань

- Перевірити формулу на здійсненність: Чи є вона тавтологією?*
- Перевірити на несуперечливість систему посилок методом резолюції.*
- Побудувати формальний висновок.*
- Перевірити логічний висновок методом резолюції.*

Теорія предикатів 1-го порядку

- Побудова таблиць істинності в теорії предикатів 1 порядку на обмеженій інтерпретації.*
- Перевірка формули на ЛЗЗ.*
- Формалізація речень природної мови у логіці предикатів 1 порядку.*

Доведення логічного слідування змістовної задачі побудовою формального висновка в теорії К.

Доведення логічного слідування змістовної задачі методом резолюції.

Побудова логічної програми для перевірки логічного слідування змістовної задачі.

Некласичні логіки

Побудова таблиць істинності в багатозначних логіках: Гейтінга, Лукасевича, Поста.

Виконання операцій над нечіткими множинами, відношеннями; пошук відстаней.

Доведення або спростування тверджень в теорії нечітких множин.

Формування лінгвістичної змінної. Побудова функції приналежності заданим методом.

Складено: старший викладач Темнікова Олена Леонідівна